

ריכוז נוסחאות וזהויות בטריגונומטריה

זהויות טריגונומטריות

לידתם של הטנגנסט והקוטנגנס:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad .1$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad .2$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad .2$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad .3$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha \quad .3$$

$$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha \quad .4$$

זווית משלימה ל-180°:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad .1$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha \quad .2$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha \quad .3$$

$$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha \quad .4$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad .3$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad .4$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad .3$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha} \quad .4$$

זהות פיתגורס וגירסאותיה:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad .1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \text{או}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \quad \text{או}$$

עולם הטנגנסים והקוטנגנסים:

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad .1$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} \quad \text{או}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \text{או}$$

זהויות משולש ישר זווית:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad .1$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad .2$$

זווית שלילית:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad .1$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad .2$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad .3$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha \quad .4$$

סכום והפרש של זוויות:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \quad .1$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha \quad .2$$

זווית כפולה:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad .1$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad .2$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad \text{או}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad \text{או}$$

ריכוז נוסחאות וזהויות בטריגונומטריה

סכום והפרש של פונקציות – 4 השמנות:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad 1.$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \quad 2.$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad 3.$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad 4.$$

משוואות טריגונומטריות

פתרונות מיוחדים של סינוס:

פתרון המשוואה $\sin x = 1$ הוא: $x = 90^\circ + 360^\circ k$

פתרון המשוואה $\sin x = 0$ הוא: $x = 180^\circ k$

פתרון המשוואה $\sin x = -1$ הוא: $x = -90^\circ + 360^\circ k$

פתרונות מיוחדים של קוסינוס:

פתרון המשוואה $\cos x = 1$ הוא: $x = 360^\circ k$

פתרון המשוואה $\cos x = 0$ הוא: $x = 90^\circ + 180^\circ k$

פתרון המשוואה $\cos x = -1$ הוא: $x = 180^\circ + 360^\circ k$

פתרון בסיסי של סינוס:

$$\begin{array}{c} \sin x = \sin \alpha \\ \swarrow \quad \searrow \\ x = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k \quad x = \alpha + 360^\circ k \end{array}$$

פתרון בסיסי של קוסינוס:

$$\begin{array}{c} \cos x = \cos \alpha \\ \swarrow \quad \searrow \\ x = -\alpha + 360^\circ k \quad x = \alpha + 360^\circ k \end{array}$$

פתרון בסיסי של טנגנס:

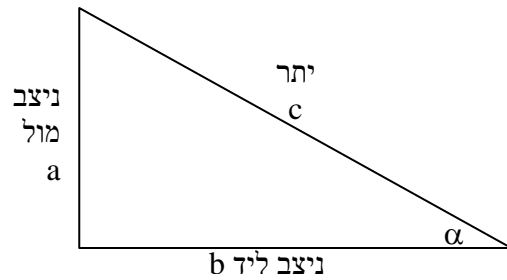
$$\begin{array}{c} \tan x = \tan \alpha \\ \downarrow \\ x = \alpha + 180^\circ k \end{array}$$

זוויות שכדאי לזכור בעל פה:

α (הזווית)	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	לא מוגדר
$\cot \alpha$	לא מוגדר	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

ריכוז נוסחאות וזהויות בטריגונומטריה

נוסחאות בטריגו גיאומטרי:

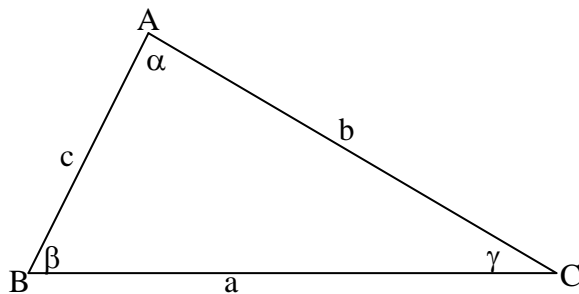


משולש ישר זווית:

$$1. \sin \alpha = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{יתר}} = \frac{a}{c}$$

$$2. \cos \alpha = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}} = \frac{b}{c}$$

$$3. \tan \alpha = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{ניצב ליד}} = \frac{a}{b}$$



משפט הסינוסים והקוסינוסים:

$$\text{משפט הסינוסים: } \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

$$\text{משפט הקוסינוסים: } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

שטח משולש:

$$1. \text{ לפי גובה ובסיס: } S = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$2. \text{ לפי שתי צלעות והזווית ביניהן: } S = \frac{a \cdot b \sin \gamma}{2}$$

$$3. \text{ לפי 3 זוויות וצלע אחת: } S = \frac{a^2 \sin \gamma \sin \beta}{2 \sin \alpha}$$

$$4. \text{ לפי רדיוס המעגל החוסם: } S = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma \text{ (R – רדיוס המעגל החוסם).}$$